

DO NOWEJ PODSTAWY  
PROGRAMOWEJ

**Klasa 1**

**ZBIÓR ZADAŃ** dla szkół ponadgimnazjalnych

# Matematyka Europejczyka



Zawiera DVD

Katarzyna Nowoświat  
Artur Nowoświat

 **Helion**  
EDUKACJA

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiejkolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Wydawnictwo HELION dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo HELION nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Marcin Borecki  
Projekt okładki: ULABUKA  
Skład: Marcin Chłąd

Fotografia na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock.

Wydawnictwo HELION  
ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE  
tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63  
e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)  
WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!  
Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres  
<http://helion.pl/user/opinie?mezpg1>  
Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-246-2402-7

Copyright © Helion 2012

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

# Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	<b>5</b>
<b>1. Liczby rzeczywiste i ich zbiory</b> .....	<b>7</b>
1.1*. Zbiory .....	7
1.2. Zbiory liczbowe .....	9
1.3. Przedziały liczbowe .....	10
1.4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej .....	11
1.5. Działania na liczbach .....	12
1.6. Potęgowanie .....	15
1.7. Działania na pierwiastkach .....	16
1.8. Procenty .....	17
1.9. Logarytmy .....	19
<b>2. Funkcje</b> .....	<b>25</b>
2.1. Pojęcie funkcji i jej własności .....	25
2.2. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych .....	27
2.3. Przekształcanie wykresów względem osi układu współrzędnych .....	28
<b>3. Funkcja liniowa</b> .....	<b>33</b>
3.1. Wykres i równanie funkcji liniowej .....	33
3.2. Równania i nierówności liniowe .....	35
<b>4. Funkcja kwadratowa</b> .....	<b>45</b>
4.1. Wykres funkcji $y = ax^2$ .....	45
4.2. Przesunięcie wykresu funkcji $y = ax^2$ wzdłuż osi układu współrzędnych .....	45
4.3. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej .....	46
4.4. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Równania kwadratowe .....	47
4.5*. Układy równań prowadzące do równań kwadratowych .....	49
4.6. Nierówności kwadratowe .....	49
4.7*. Wzory Viète'a. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem .....	50
4.8. Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej .....	53
4.9. Zadania różne .....	54
<b>5. Geometria na płaszczyźnie</b> .....	<b>61</b>
5.1. Wiadomości o trójkątach .....	61
5.2*. Twierdzenie Talesa .....	62
5.3. Figury podobne .....	63
5.4. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego .....	63
5.5. Obliczanie pól wielokątów .....	66
5.6*. Twierdzenie sinusów i cosinusów .....	67
5.7. Zadania różne .....	69

<b>Odpowiedzi</b> .....	<b>75</b>
1. LICZBY RZECZYWISTE I ICH ZBIORY .....	75
1.1. Zbiory .....	75
1.2. Zbiory liczbowe .....	77
1.3. Przedziały liczbowe .....	77
1.4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej .....	78
1.5. Działania na liczbach .....	79
1.6. Potęgowanie .....	79
1.7. Działania na pierwiastkach .....	79
1.8. Procenty .....	80
1.9. Logarytmy .....	80
2. FUNKCJE .....	81
2.1. Pojęcie funkcji i jej własności .....	81
2.2. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych .....	82
2.3. Przekształcanie wykresów względem osi układu współrzędnych .....	83
3. FUNKCJA LINIOWA .....	86
3.1. Wykres i równanie funkcji liniowej .....	86
3.2. Równania i nierówności liniowe .....	89
4. FUNKCJA KWADRATOWA .....	90
4.1. Wykres funkcji .....	90
4.2. Przesunięcie wykresu funkcji $y=ax^2$ wzdłuż osi układu współrzędnych .....	91
4.3. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej .....	95
4.4. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Równanie kwadratowe .....	95
4.5. Układy równań prowadzące do równań kwadratowych .....	97
4.6. Nierówności kwadratowe .....	97
4.7. Wzory Viète'a. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem .....	98
4.8. Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej .....	99
4.9. Zadania różne .....	99
5. GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE .....	100
5.1. Wiadomości o trójkątach .....	100
5.2. Twierdzenie Talesa .....	100
5.3. Figury podobne .....	101
5.4. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego .....	101
5.5. Obliczanie pól wielokątów .....	102
5.6. Twierdzenie sinusów i cosinusów .....	102
5.7. Zadania różne .....	103
<b>Instrukcja obsługi płyty dołączonej do zbioru zadań</b> .....	<b>104</b>

# 1.

## LICZBY RZECZYWISTE I ICH ZBIORY

### 1.1\*. Zbiory

1 Uzupełnij tabelę.

Liczba	Zbiór dzielników naturalnych liczby
8	$\{1, 2, 4, 8\}$
16	
100	
169	
243	
99	

2 Wypisz wszystkie elementy podanych zbiorów.

- a)  $\{x \in \mathbb{Z} : -4 \leq x \leq 9\}$       b)  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 12\}$   
c)  $\{x \in \mathbb{N} : x^2 < 17\}$       d)  $\{x \in \mathbb{Z} : 5 < x^2 \leq 20\}$

3 Podaj wszystkie elementy zbioru  $A$ , jeśli

- a)  $A = \{x : x \text{ jest liczbą naturalną dwucyfrową}\}$   
b)  $A = \{x : x \text{ jest dzielnikiem liczby } 25\}$   
c)  $A = \{x : x \text{ jest uczniem Twojej klasy mającym } 5 \text{ z matematyki}\}$

4 Niech  $A$  będzie zbiorem kwadratów,  $B$  — zbiorem prostokątów,  $C$  — zbiorem równoległoboków.

Wyznacz zbiory:

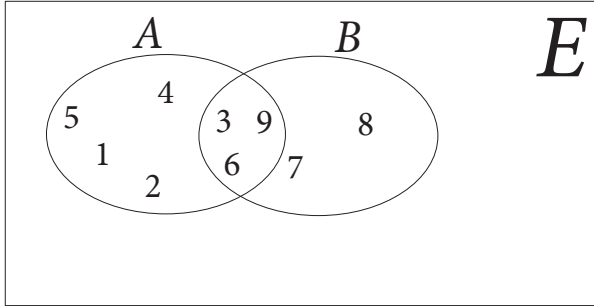
- a)  $A \cup B$     b)  $A \cap B$     c)  $A \setminus B$     d)  $B \setminus A$     e)  $A \cap C$     f)  $A \cup C$   
g)  $A \setminus C$     h)  $C \setminus A$     i)  $B \cap C$     j)  $B \cup C$     k)  $B \setminus C$     l)  $C \setminus B$

5 Niech  $A$  będzie zbiorem trójkątów prostokątnych,  $B$  — zbiorem trójkątów równobocznych,  $C$  — zbiorem trójkątów równoramiennych.

Wyznacz zbiory:

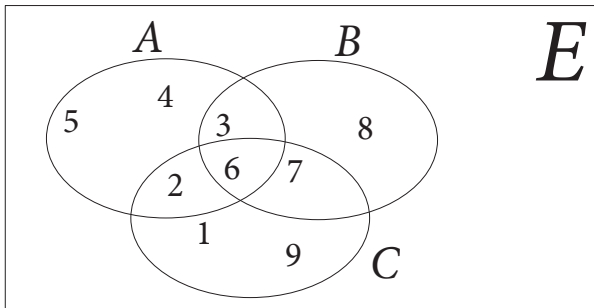
- a)  $A \cup B$     b)  $A \cap B$     c)  $A \setminus B$     d)  $B \setminus A$     e)  $A \cap C$     f)  $A \cup C$   
g)  $A \setminus C$     h)  $C \setminus A$     i)  $B \cap C$     j)  $B \cup C$     k)  $B \setminus C$     l)  $C \setminus B$

- 6 Korzystając z diagramu, wypisz elementy podanych zbiorów.



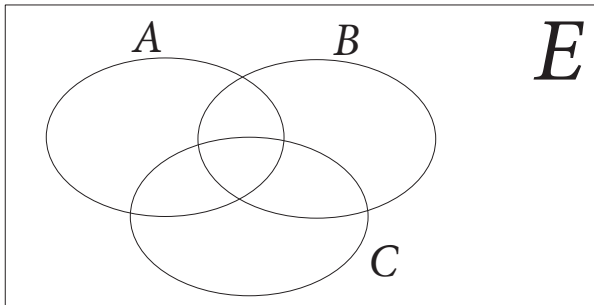
- a)  $A$     b)  $B$     c)  $A \cup B$     d)  $A \cap B$     e)  $A \setminus B$     f)  $B \setminus A$

- 7 Korzystając z diagramu, wypisz elementy podanych zbiorów.



- a)  $A$     b)  $B$     c)  $C$     d)  $A \cup B$     e)  $A \cap B$     f)  $A \setminus B$   
g)  $B \setminus A$     h)  $A \cup C$     i)  $A \cap C$     j)  $A \setminus C$     k)  $C \setminus A$     l)  $B \cup C$   
m)  $B \cap C$     n)  $B \setminus C$     o)  $C \setminus B$     p)  $(A \setminus B) \cap C$     r)  $(A \setminus B) \cup C$     s)  $(A \setminus B) \setminus C$

- 8 Korzystając z diagramu, zaznacz podane zbiory.



- a)  $A \cap B \cap C$     b)  $(A \cup B) \setminus C$     c)  $(B \setminus C) \cup (A \setminus C)$

- 9 Na diagramie z zadania 8 zaznacz podane zbiory.

- a)  $A \setminus (B \cap C)$     b)  $A \setminus (B \cup C)$     c)  $A \cap (B \setminus C)$     d)  $(A \cup B) \setminus C$

- 10 Podaj trzy przykłady takich niepustych zbiorów  $A$  i  $B$ , że

- a)  $A \setminus B = A$     b)  $A \cup B = A$     c)  $A \cap B = A$

## 1.2. Zbiory liczbowe

- 11** Podaj kilka podzbiorów nieskończonych zbioru liczb:  
a) naturalnych      b) całkowitych      c) wymiernych
- 12** Podaj kilka podzbiorów skończonych zbioru liczb:  
a) naturalnych      b) całkowitych      c) wymiernych
- 13** Zbadaj, jaką liczbą — parzystą czy nieparzystą — jest:  
a) suma dwóch liczb parzystych  
b) suma dwóch liczb nieparzystych  
c) suma liczby parzystej i nieparzystej  
d) iloczyn dwóch liczb parzystych  
e) iloczyn dwóch liczb nieparzystych  
f) iloczyn liczby parzystej i nieparzystej
- 14** Znajdź największą liczbę pierwszą mniejszą od 100.
- 15** Znajdź wszystkie liczby pierwsze od 100 do 200.
- 16** Z cyfr 3, 5, 6 i 8 ułóż liczbę podzielną przez 4.
- 17** Rozłóż podane liczby na czynniki pierwsze.  
a) 80      b) 72      c) 81      d) 240      e) 720      f) 3000      g) 140  
h) 4900      i) 700      j) 7400      k) 111      l) 5550      m) 17 250      n) 69 000
- 18** Największy czynnik pierwszy liczby 925 dodaj do największego czynnika pierwszego liczby 208. Otrzymałam sumę rozłóż na takie dwa składniki, żeby jeden był 9 razy większy od drugiego. Jakie będą te dwa składniki?
- 19** Znajdź największy wspólny dzielnik liczb:  
a) 36 i 54      b) 126 360 i 655 200      c) 8, 6, 12, 15  
d) 18, 24, 20, 30, 90      e) 1080, 1800, 3960, 2520
- 20** Znajdź różnicę ilorazów otrzymanych w wyniku podzielenia każdej z liczb 7380 i 6150 przez ich największy wspólny dzielnik.
- 21** Znajdź najmniejszą wspólną wielokrotność liczb:  
a) 9 i 15      b) 12, 16, 20      c) 6, 7, 31  
d) 72, 84, 360, 459, 2400      e) 133, 190, 180
- 22** Znajdź takie trzy liczby, żeby ich największy wspólny dzielnik był równy najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb 24, 30 i 36, a najmniejsza wspólna wielokrotność równała się największemu wspólnemu dzielnikowi liczb 7200, 4320 i 10 080.
- 23** Największym wspólnym dzielnikiem dwóch liczb, z których jedna to 13 464, jest liczba 748. Najmniejsza wspólna wielokrotność tych liczb jest równa 875 160. Jaka jest druga liczba?

**24** Największy wspólny dzielnik dwóch liczb wynosi 1480, a ich najmniejsza wspólna wielokrotność jest równa 8880. Jedna z liczb to 4440. Jaka jest druga liczba?

**25** Dwaj bracia mieli razem liczbę euro równą najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb 140, 210 i 700, przy czym starszy brat miał o tyle euro więcej od młodszego. Ile wynosi najmniejszy wspólny dzielnik tych liczb? Ile euro miał każdy brat?

**26** Podaj przykłady liczb spełniających podane nierówności.

a)  $\frac{6}{8} < a < \frac{7}{8}$       b)  $\frac{7}{9} < a < \frac{8}{9}$       c)  $\frac{11}{13} < a < \frac{12}{13}$       d)  $\frac{100}{102} < a < \frac{101}{102}$

**27** Oblicz:

a)  $\left(-2\frac{1}{2}\right) + 5\frac{3}{4} + \left(-3\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} + \left(-6\frac{1}{2}\right)$

b)  $\{-1,75 + [3,4 + (-6,283)]\} + [2,53 + (-0,472)]$

c)  $3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5} : 2\right) + 5 \cdot \left[0,4 - \frac{2}{5} : (-2)\right] + (-2) : (-1)$

**28** Oblicz:

26 :  $\left[ \frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \cdot (0,8 + 1,2)} + \frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)} \right] + \frac{2}{3} : \frac{4}{21}$

**29** Oblicz:

$1\frac{7}{20} : 2,7 + 2,7 : 1,35 + \left(0,4 : 2\frac{1}{4}\right) \cdot \left(4,2 - 1\frac{3}{40}\right)$

**30** Oblicz  $x$ , jeżeli

$$\frac{(2,7 - 0,8) \cdot 2\frac{1}{3}}{(5,2 - 1,4) : \frac{3}{7}} + x + 8\frac{9}{11} - \frac{(1,6 + 154,66 : 70,3) : 1,9}{\left(2\frac{2}{5} - 1,3\right) : 4,3} = 2,625$$

**31** Ile czasu potrzeba na przebycie 432 km z prędkością 1192 cm/s?

## 1.3. Przedziały liczbowe

**32** Zaznacz na osi liczbowej przedziały spełniające warunek.

a)  $-1 < x \leq 2$       b)  $-3 < x < -2$       c)  $\sqrt{2} < x < \sqrt{3}$       d)  $x > -1$       e)  $x \leq 4$



**33** Zapisz warunek, który spełniają liczby należące do danego przedziału. Zaznacz ten przedział na osi liczbowej.

a)  $\langle -4, 7 \rangle$       b)  $\langle -1, 4 \rangle$       c)  $(0, 6)$       d)  $\langle 3, +\infty \rangle$

**34** Zaznacz zbiór na osi liczbowej.

a)  $(-1, 5) \cup (-2, 1)$       b)  $\langle -2, 3 \rangle \cap (1, 5)$       c)  $(-\infty, 10) \cup (1, 12) \cup (13, 14)$

**35** Zaznacz na osi liczbowej przedziały  $A$  i  $B$ , a następnie wyznacz zbiory  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ .

a)  $A = (-2, 8)$ ,  $B = \langle 6, 10 \rangle$       b)  $A = \langle -2, 2 \rangle$ ,  $B = \langle 0, 2 \rangle$   
c)  $A = (-\infty, 2)$ ,  $B = \langle -2, 3 \rangle$       d)  $A = (1, 5)$ ,  $B = (-3, +\infty)$

**36** Wyznacz zbiory  $A \cup (B \cap C)$ ,  $A \cap (B \cup C)$ ,  $(A \setminus B) \cap C$ .

a)  $A = \langle 2, 4 \rangle$ ,  $B = \langle 3, 6 \rangle$ ,  $C = \langle 4, 9 \rangle$   
b)  $A = (1, 7)$ ,  $B = (2, 7)$ ,  $C = (5, 7)$

**37** Zapisz zbiór bez używania wartości bezwzględnej i zaznacz go na osi liczbowej.

a)  $|x| \leq 3$       b)  $|x - 2| < 2$       c)  $|x + 2| < 4$

**38** Zapisz podane przedziały za pomocą wartości bezwzględnej.

a)  $(3, 7)$       b)  $(-6, 6)$       c)  $(-5, 0)$

**39** Zaznacz na osi liczbowej podane przedziały.

a)  $|4x - 5| \geq 9$       b)  $|2x + 5| < 11$       c)  $|3x + 4| < 5$       d)  $|x - 2| > 4$

## 1.4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej

**40** Zapisz liczby w postaci dziesiętnej.

a)  $2\frac{1}{8}$       b)  $\frac{12}{7}$       c)  $3\frac{3}{8}$       d)  $1\frac{1}{3}$       e)  $\frac{23}{3}$

**41** Jaka cyfra znajduje się na jedenastym miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym podanych liczb?

a) 2,(021)      b) 4,01(22)      c) 0,1(2578)

**42** Przedstaw liczby w postaci ułamków zwykłych.

a) 0,(2)      b) 5,(27)      c) 2,1(4)      d) 7,01(25)

## 1.5. Działania na liczbach

43 Ile jest połówek w liczbach 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8?

44 Znajdź:

a)  $\frac{3}{5}$  liczby 15

b)  $\frac{7}{15}$  liczby 45

c)  $\frac{3}{14}$  liczby 42

45 Uprość wyrażenia.

a)  $\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}$

b)  $\frac{\frac{1-x}{1-x+x^2} + \frac{1+x}{1+x+x^2}}{1+x+x^2 - \frac{1-x}{1-x+x^2}}$

c)  $\frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2}$

d)  $\frac{x}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} + \frac{y}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3} + \frac{1}{x^2 - y^2} - \frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{x^2 + 3y^2}{x^4 - y^4}$

e)  $\frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{a-b}{a+b} + \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}$

f)  $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$

g)  $\frac{(a-b)(a+b+c)(a+b-c)}{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4}$

46 Uczeń wydał  $\frac{2}{3}$  swoich pieniędzy na zakup 20 zeszytów. Pozostało mu 36 zł.

Ile kosztował jeden zeszyt?

47 Ojciec ma 40 lat, a  $\frac{4}{5}$  lat syna równa się  $\frac{3}{10}$  lat ojca. Ile lat ma syn?

48 Pracownik wydaje rocznie  $\frac{17}{20}$  swojego zarobku i odkłada 390 zł miesięcznie.

Ile zarabia w ciągu roku?

49 Kiedy przeczytałem  $\frac{5}{12}$  całej książki, to pozostała część zawierała o 124 strony więcej niż przeczytana. Ile stron ma książka?

- 50** Wysokość góry Aconcagua stanowi  $\frac{59}{75}$ , wysokość Dapsangu  $\frac{35}{36}$ , a wysokość Elbrusa  $\frac{31}{48}$  wysokości Mount Everestu. Która z pierwszych trzech gór jest najwyższa, a która najniższa?
- 51** Basen napełnia się wodą za pomocą trzech rur. Jeżeli otworzyć tylko pierwszą rurę, to basen napełni się po  $2\frac{1}{4}$  h, jeżeli otworzyć tylko drugą, to napełni się w ciągu  $3\frac{3}{4}$  h, a jeżeli otworzyć tylko trzecią rurę, to napełni się po upływie  $4\frac{1}{6}$  h. W jakim czasie basen się napełni, jeśli wszystkie trzy rury będą otwarte jednocześnie?
- 52** W trzech pojemnikach był cukier. W pierwszym pojemniku było  $4\frac{3}{8}$  kg, w drugim o  $\frac{17}{20}$  kg mniej, a w trzecim o  $4\frac{4}{5}$  kg mniej niż w pierwszym i drugim razem. Ile w sumie było cukru?
- 53** Tomek wydał  $\left(\frac{7}{24} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{5}{16}\right)$  wszystkich pieniędzy i zostało mu jeszcze 210 zł. Ile pieniędzy miał na początku?
- 54** W klasach pewnej szkoły jest 96 uczniów. Jednego dnia liczba nieobecnych stanowiła  $\frac{3}{13}$  liczby obecnych. Ilu uczniów tego dnia było w klasach na lekcjach?
- 55** Jeżeli do około  $\frac{2}{3}$  swoich pieniędzy dodam około  $\frac{3}{4}$  posiadanej kwoty, to otrzymam 46 000 zł. Ile mam pieniędzy?
- 56** Ojciec miał pięciu synów. Najmłodszemu dał  $\frac{1}{2}$  swoich pieniędzy, drugiemu  $\frac{1}{3}$  reszty, trzeciemu  $\frac{1}{4}$  nowej reszty, a czwarty i piąty otrzymali pozostałą sumę, czyli po 1100 zł. Ile pieniędzy przekazał ojciec każdemu z pierwszych trzech wymienionych synów?
- 57** Pewna gmina miała zbudować drogę w ciągu 5 miesięcy. W pierwszym miesiącu wykonano  $\frac{1}{16}$  drogi, w drugim  $\frac{2}{9}$ , w trzecim  $\frac{7}{30}$ , a w czwartym 1135 m. To, co gmina wykonała przez 4 miesiące, stanowi  $\frac{5}{6}$  całej drogi. Ile metrów drogi pozostało do zbudowania w piątym miesiącu?
- 58** W klasach czwartych pewnej szkoły uczy się 75 dzieci.  $\frac{2}{9}$  liczby chłopców są równe  $\frac{1}{3}$  liczby dziewcząt. Ile dziewcząt i ilu chłopców uczy się w tej szkole?

- 59** W klasie uczy się 48 uczniów. Liczba nieobecnych na lekcji stanowi  $\frac{1}{5}$  liczby obecnych. Ilu uczniów jest na lekcji?
- 60** Sprzedawca sprzedał towar za 2000 zł. Gdyby sprzedał go za  $1\frac{17}{200}$  razy większą sumę, to otrzymałby zysk równy  $\frac{6}{25}$  tej kwoty, jaką sam zapłacił za towar. Jaki zysk miał sprzedawca po zbyciu towaru za 2000 zł?
- 61** Jeden malarz może pomalować ścianę w ciągu  $7\frac{1}{2}$  h, a drugi w ciągu 5 h. W jakim czasie obaj malarze, pracując jednocześnie, pomalują tę ścianę?
- 62** Blacharz pokrył przez 5 dni  $\frac{1}{7}$  dachu, po czym wezwał pomocnika, z którym skończył pracę o 10 dni wcześniej, niż mógłby ją wykonać sam. W ile dni pokryliby dach ci dwaj blacharze, gdyby od początku pracowali razem?
- 63** Basen można napełnić za pomocą jednej rury w 9 min, opróżnić go można za pomocą kranu w ciągu  $\frac{1}{6}$  h. Po jakim czasie zostanie napełniony basen, jeżeli jednocześnie otworzy się rurę i kran?
- 64** Do basenu prowadzą dwie rury. Jeżeli otworzy się je jednocześnie, to w 16 min napełnią  $\frac{4}{5}$  basenu. Jeżeli otworzyć na 8 min tylko pierwszą rurę, to napełni ona  $\frac{2}{9}$  basenu. W jakim czasie druga rura sama napełni basen?
- 65** Dwóch robotników wykonało razem pewną pracę w ciągu 12 h. Gdyby pierwszy robotnik wykonał samodzielnie połowę tej pracy, a dopiero potem drugi z nich wykonał pozostałą część, to cała praca zostałaby ukończona w ciągu 25 h. W jakim czasie może wykonać tę pracę każdy z robotników, jeśli będzie pracował samodzielnie?
- 66** W beczce było 27 wiader wina. 9 wiader tego wina wylano z beczki, a w zamian nalano 9 wiader wody. Z tej mieszaniny odlano znów 9 wiader i nalano 9 wiader wody. Wreszcie po raz trzeci odlano 9 wiader mieszaniny, a nalano 9 wiader wody. Ile wiader czystego wina i ile wiader wody zostało w beczce?

# PROGRAM PARTNERSKI

GRUPY WYDAWNICZEJ HELION



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW  
w działający bankomat!

**Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!**

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA WYDAWNICZA

 **Helion SA**

## Dobre wyniki z matematyki!

Czym faktycznie są liczby rzeczywiste? Do czego służą funkcje matematyczne? Co zrobić, by nie wyłożyć się na geometrii na płaszczyźnie? Kiedy działania na logarytmach przyniosą właściwy skutek? I jak najlepiej wyrazić się arytmetycznie?

Dzięki zadaniom zawartym w tej książce uzyskasz odpowiedzi na te i setkę innych pytań. **Matematyka Europejszka. Zbiór zadań dla szkoły ponadgimnazjalnej. Klasa 1** bez problemu przeprowadzi Cię przez matematyczne pułapki prosto do matury. Znajdziesz tutaj zadania z zakresu zbiorów, liczb rzeczywistych, figur geometrycznych na płaszczyźnie, funkcji i ich własności oraz funkcji trygonometrycznych kąta ostrego.

## Kompletny zestaw **Matematyka Europejszka. Klasa 1** to **podręcznik + zbiór zadań + płyta DVD.**

Płyta zawiera rewolucyjny materiał w postaci filmowych wykładów, w trakcie których równoległe przedstawiane jest rozwiązywanie zadania na tablicy. Doskonale sprawdzi się w trakcie zajęć multimedialnych oraz podczas samodzielnej pracy w domu.



Seria podręczników, zbiorów zadań i płyt DVD **Matematyka Europejszka** wydawnictwa Helion pozwala uczniom zdobywać wiedzę bez stresu, a nauczycielom ułatwia przekazywanie nowego materiału w interesujący i niebanalny sposób.

## Matematyka Europejszka – TO SIĘ LICZY!

<http://edukacja.helion.pl>

Nr katalogowy: 5227



Księgarnia internetowa  
<http://helion.pl>



Zamówienia telefoniczne:  
**0 801 339900**



**0 601 339900**

 **Helion**  
EDUKACJA

Sprawdź najnowsze promocje:

• <http://helion.pl/promocje>

Książki najchętniej czytane:

• <http://helion.pl/bestsellery>

Zamów informacje o nowościach:

• <http://helion.pl/nowosci>

Helion SA  
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice  
tel.: 32 230 98 63  
e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)  
<http://helion.pl>

**helion.pl**  
księgarnia  
internetowa

ISBN 978-83-246-2402-7



9 788324 624027

Informatyka w najlepszym wydaniu