

DO NOWEJ PODSTAWY
PROGRAMOWEJ

PODRĘCZNIK dla gimnazjum

Klasa 1

Matematyka

Europejszczyka



Aleksandra Grzybowska
Ewa Madziąg
Małgorzata Muchowska
Bożena Zawistowska

 **Helion**
EDUKACJA

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki, na podstawie opinii rzeczoznawców: dr Anny Loranty, mgr. Tadeusza Marczewskiego, dr Marzeny Kryszczuk.

Etap edukacyjny: III.

Typ szkoły: gimnazjum.

Rok dopuszczenia: 2012

Numer ewidencyjny w wykazie: 574/1/2012

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Wydawnictwo HELION dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo HELION nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Marcin Borecki

Projekt okładki: ULABUKA

Fotografia na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock.

Wydawnictwo HELION

ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie?mepgi1>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-246-3979-3

Copyright © Helion 2012

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

Spis treści

Od autorek (s. 7)

1. Statystyka (s. 9)

- 1.1. Wędrówki po krajach Unii Europejskiej.
Wyszukiwanie i wykorzystywanie informacji (s. 10)
Zadania utrwalające (s. 14)

2. Liczby (s. 19)

- 2.1. Liczby naturalne (s. 20)
System dziesiętny (s. 20)
Zadania utrwalające (s. 21)
Działania na liczbach naturalnych (s. 22)
Zadania utrwalające (s. 24)
Podzielność liczb (s. 25)
Zadania utrwalające (s. 29)
Działania pisemne (s. 29)
Zadania utrwalające (s. 30)
Rzymski system zapisywania liczb (s. 32)
Zadania utrwalające (s. 34)
- 2.2. Liczby całkowite (s. 35)
Zadania utrwalające (s. 39)
- 2.3. Ułamki zwykłe (s. 42)
Zadania utrwalające (s. 44)
- 2.4. Ułamki dziesiętne (s. 46)
Zadania utrwalające (s. 49)
- 2.5. Działania na liczbach (s. 51)
Zadania utrwalające (s. 55)
- 2.6. Krok do egzaminu (s. 58)

3. Figury płaskie (s. 65)

- 3.1. Podstawowe pojęcia geometrii płaskiej (s. 66)
Zadania utrwalające (s. 67)
- 3.2. Prostopadłość i równoległość prostych (s. 68)
Zadania utrwalające (s. 72)
- 3.3. Kąty (s. 73)
Zadania utrwalające (s. 75)

- 3.4. Trójkąty (s. 76)
 - Zadania utrwalające (s. 79)
- 3.5. Przystawanie trójkątów (s. 81)
 - Zadania utrwalające (s. 85)
- 3.6. Czworokąty (s. 87)
 - Zadania utrwalające (s. 90)
- 3.7. Wielokąty. Wielokąty foremne (s. 91)
 - Zadania utrwalające (s. 92)
- 3.8. Zamiana jednostek długości (s. 93)
 - Zadania utrwalające (s. 94)
- 3.9. Obwód wielokąta (s. 95)
 - Zadania utrwalające (s. 95)
- 3.10. Powiększanie i zmniejszanie wielokątów (s. 97)
 - Zadania utrwalające (s. 98)
- 3.11. Jednostki pola (s. 99)
 - Zadania utrwalające (s. 100)
- 3.12. Pola trójkątów (s. 102)
 - Zadania utrwalające (s. 103)
- 3.13. Pola czworokątów (s. 104)
 - Zadania utrwalające (s. 107)
- 3.14. Pola wielokątów (s. 110)
 - Zadania utrwalające (s. 111)
- 3.15. Krok do egzaminu (s. 113)

4. Prostokątny układ współrzędnych (s. 119)

- 4.1. Współrzędne punktu (s. 120)
 - Zadania utrwalające (s. 123)
- 4.2. Figury w układzie współrzędnych (s. 126)
 - Zadania utrwalające (s. 127)
- 4.3. Krok do egzaminu (s. 129)

5. Wielkości proporcjonalne (s. 133)

- 5.1. Proporcje (s. 134)
 - Zadania utrwalające (s. 135)
- 5.2. Wielkości wprost proporcjonalne (s. 136)
 - Zadania utrwalające (s. 137)
- 5.3. Wielkości odwrotnie proporcjonalne (s. 139)
 - Zadania utrwalające (s. 141)
- 5.4. Krok do egzaminu (s. 143)

6. Procenty (s. 149)

- 6.1. Procent z liczby (s. 150)
Zadania utrwalające (s. 153)
- 6.2. Obliczanie liczby na podstawie jej procentu (s. 155)
Zadania utrwalające (s. 155)
- 6.3. Jakim procentem jednej liczby jest druga – wiadomości uzupełniające (s. 156)
Zadania utrwalające (s. 157)
- 6.4. Obliczenia procentowe. Promil (s. 158)
Zadania utrwalające (s. 160)
- 6.5. Krok do egzaminu (s. 162)

7. Potęga o wykładniku naturalnym (s. 167)

- 7.1. Potęgowanie liczb (s. 168)
Zadania utrwalające (s. 171)
- 7.2. Mnożenie i dzielenie potęg o tej samej podstawie (s. 172)
Zadania utrwalające (s. 174)
- 7.3. Mnożenie i dzielenie potęg o tym samym wykładniku (s. 176)
Zadania utrwalające (s. 177)
- 7.4. Krok do egzaminu (s. 178)

8. Wyrażenia algebraiczne (s. 183)

- 8.1. Budowanie wyrażeń algebraicznych (s. 184)
Zadania utrwalające (s. 185)
- 8.2. Jednomiany (s. 187)
Zadania utrwalające (s. 188)
- 8.3. Porządkowanie sum algebraicznych (s. 189)
Zadania utrwalające (s. 191)
- 8.4. Mnożenie sum algebraicznych przez jednomian (s. 192)
Zadania utrwalające (s. 194)
- 8.5. Dzielenie sum algebraicznych przez jednomian – treści nadobowiązkowe (s. 195)
Zadania utrwalające (s. 197)
- 8.6. Mnożenie sum algebraicznych (s. 198)
Zadania utrwalające (s. 199)
- 8.7. Krok do egzaminu (s. 200)

9. Równania (s. 205)

- 9.1. Budowanie równań (s. 206)
Zadania utrwalające (s. 207)

- 9.2. Liczby spełniające równanie (s.209)
Zadania utrwalające (s.209)
- 9.3. Jak rozwiązać równanie (s.210)
Zadania utrwalające (s.215)
- 9.4. Zadania tekstowe (s.217)
Zadania utrwalające (s.219)
- 9.5. Przekształcanie wzorów (s.220)
Zadania utrwalające (s.221)
- 9.6. Krok do egzaminu (s.222)

10. Graniastopy (s.229)

- 10.1. Własności graniastopów (s.230)
Zadania utrwalające (s.234)
- 10.2. Pole powierzchni całkowitej graniastopy (s.236)
Zadania utrwalające (s.237)
- 10.3. Objętość graniastopy (s.239)
Zadania utrwalające (s.241)
- 10.4. Krok do egzaminu (s.243)

Odpowiedzi (s.251)

Wzory występujące w podręczniku (s.264)

Własności działań na liczbach (s.264)

Własności potęgowania (s.265)

Skorowidz (s.266)

5.

WIELKOŚCI PROPORCJONALNE

- 5.1. Proporcje (s. 134)
 - Zadania utrwalające (s. 135)
- 5.2. Wielkości wprost proporcjonalne (s. 136)
 - Zadania utrwalające (s. 137)
- 5.3. Wielkości odwrotnie proporcjonalne (s. 139)
 - Zadania utrwalające (s. 141)
- 5.4. Krok do egzaminu (s. 143)

IKONY

zbiór zadań



zeszyt ćwiczeń



zadanie trudniejsze



kalkulator



5.1. Proporcje



Za cztery gałki lodów zapłaciłem 12 zł. Gdybym chciał kupić osiem gałek lodów, to ile bym zapłacił?



Jeżeli kupiłeś cztery gałki i zapłaciłeś 12 zł, to znaczy, że jedna gałka kosztuje 3 zł. Wobec tego za osiem gałek lodów zapłacisz 24 zł.



Znam inny sposób. Można wykorzystać proporcję, czyli równość dwóch ilorazów: $\frac{12}{4} = \frac{x}{8}$, gdzie x to kwota, jaką zapłacisz za osiem gałek.

Z tego zapisu wynika, że skoro mianownik zwiększył się dwukrotnie, to licznik też musi zwiększyć się dwukrotnie, czyli $12 \cdot 2 = 24$.



Postępuję jak przy rozszerzaniu ułamków.

Proporcja to wyrażenie o postaci:

$$a : b = c : d \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

przy czym b, d są różne od zera.

W proporcji równość dwóch ilorazów można zastąpić równością dwóch iloczynów.

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Mówimy, że iloczyn wyrazów skrajnych (a i d) jest równy iloczynowi wyrazów środkowych (b i c).

Przykład 5.1. Ile zapłacisz za 4 kilogramy jabłek, jeżeli kilogram jabłek kosztuje 2 zł?

Z treści zadania wynika:

1 kg kosztuje 2 zł

4 kg kosztują x zł

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$$

1, x — wyrazy skrajne

2, 4 — wyrazy środkowe

Ponieważ iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych, otrzymujemy wyrażenie:

$$1 \cdot x = 2 \cdot 4$$

$$x = 8$$

Wynika stąd, że za 4 kg jabłek zapłacę 8 zł.

Przykład 5.2. Ostatnie wakacje spędziłem u cioci w Berlinie. Z Warszawy do Berlina jest około 600 km. Jak długo trwała podróż z Warszawy do Berlina, jeżeli jechaliśmy ze średnią prędkością 75 km/h?

W ciągu 1 godziny samochód przejeżdża 75 km.

Ile przejedzie w ciągu 2 godzin?

$$75 \text{ km} + 75 \text{ km} = 150 \text{ km}$$

Jak policzyć, ile samochód przejedzie w ciągu 3 godzin?

$$75 \text{ km} + 75 \text{ km} + 75 \text{ km} = 225 \text{ km}$$

Jak policzyć, ile samochód przejedzie w ciągu 6 godzin?

$$75 \text{ km} + 75 \text{ km} + 75 \text{ km} + 75 \text{ km} + 75 \text{ km} + 75 \text{ km} = 450 \text{ km}$$

Ile zostało jeszcze do przejechania?

$600 \text{ km} - 450 \text{ km} = 150 \text{ km}$, a 150 km samochód przejedzie w ciągu 2 godzin.

Zatem 600 km samochód przejedzie w ciągu 8 godzin.



To zadanie można także rozwiązać, stosując własności proporcji:

$$\frac{75}{1} = \frac{600}{x}$$

$$75x = 600$$

$$x = 600 : 75$$

$$x = 8$$

Podróż trwała 8 godzin.

Zadania utrwalające

1 Znajdź brakujący wyraz proporcji.

a. $\frac{x}{8} = \frac{3}{4}$

b. $\frac{5}{7} = \frac{35}{x}$

c. $\frac{1}{2} = \frac{x}{32}$

d. $\frac{12}{x} = \frac{96}{104}$

2 Wyznacz brakujący wyraz proporcji.

a. $\frac{x}{4} = \frac{1,5}{5}$

b. $\frac{1,6}{4} = \frac{2}{x}$

c. $\frac{6}{0,12} = \frac{x}{8}$

3 Oblicz brakujący wyraz proporcji.

a. $11 : 2 = x : 5$

b. $5,2 : 7,4 = 2\frac{3}{5} : x$

c. $x : 2\frac{2}{9} = 4\frac{1}{2} : 2\frac{2}{9}$

4 Jeden bochenek chleba kosztuje 2,50 zł. Ile zapłacisz za 6 takich bochenków chleba? W rozwiązaniu zastosuj proporcję.

5 Za 3 kg jabłek zapłaciliśmy 4,80 zł. Ile zapłacimy za 8 kg takich jabłek?

6  Pani Ela wydała 180 zł na zakup 25 jednakowych podręczników. Ile takich samych podręczników mogłaby kupić pani Ela za 720 zł? Rozwiąż to zadanie, stosując odpowiednią proporcję.



- 7 W 36 pudełkach znajduje się 4,5 kg cukierków. Ile kilogramów cukierków znajduje się w 24 takich pudełkach?
- 8 Za 30 dag cukierków zapłacono 6 zł. Ile trzeba zapłacić za 3 kg takich samych cukierków?
- 9 Aby przygotować sok pomarańczowy, należy mieszać syrop i wodę w proporcji 1 : 2.
- Ile wody znajduje się w 3 l soku?
 - Ile syropu potrzeba do sporządzenia 450 ml soku?
 - Ile wody należy mieszać z 250 ml syropu?
- 10 W pewnej klasie stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców wynosi 5 : 4. Ilu chłopców jest w tej klasie, jeżeli jest w niej 15 dziewcząt? Jeżeli potrafisz, podaj dwa różne sposoby rozwiązania tego zadania.

5.2. Wielkości wprost proporcjonalne



Upieczemy babeczki na kiermasz szkolny. Mam od babci świetny przepis.

Babeczki (16 sztuk)

Składniki:
 200 g masła
 200 g cukru
 3 jajka
 200 g mąki
 pół łyżeczki proszku do pieczenia
 cukier wanilinowy



To jest przepis na 16 babeczek, a my musimy upiec ich dużo więcej! Jakie ilości poszczególnych składników musimy kupić, aby upiec 80 babeczek?

Na 16 babeczek potrzebujemy 200 g mąki, to na 80 sztuk zużyjemy 1000 g, bo 80 to pięć razy więcej niż 16, zatem $200 \cdot 5 = 1000$.



Ile potrzebujemy jajek, cukru i masła?

Proporcjonalnie więcej niż w przepisie babci.



Proporcjonalnie to znaczy tyle samo razy. Jeżeli chcemy upiec pięć razy więcej babeczek, to musimy przygotować pięć razy więcej każdego ze składników.



Przygotujemy: 15 jajek, 1000 g masła i 1000 g cukru, a także dwie i pół łyżeczki proszku do pieczenia oraz 5 opakowań cukru wanilinowego.





Ile produktów należałoby przygotować, aby upiec 560 takich babeczek — po jednej dla każdego ucznia naszej szkoły? Policzymy ilość potrzebnych produktów, korzystając z proporcji.

Proporcja pozwalająca obliczyć potrzebną ilość masła, mąki i cukru wygląda następująco:

$$\frac{16}{200} = \frac{560}{m}$$

Korzystając z własności proporcji, otrzymujemy:

$$16 \cdot m = 560 \cdot 200$$

$$16 \cdot m = 112\,000$$

$$m = 112\,000 : 16$$

$$m = 7000 \text{ g}$$

Musimy przygotować po 7 kg tych produktów, a ilości pozostałych należy w odpowiedni sposób obliczyć.

Wielkościami wprost proporcjonalnymi nazywamy dwie wielkości a i b zmieniające się w taki sposób, że wzrost lub zmniejszanie się jednej powoduje wzrost lub zmniejszanie się drugiej tyle samo razy. Iloraz wielkości a i b jest stały.

Zadania utrwalające

- 1 Czy podane wielkości są wprost proporcjonalne? Odpowiedź uzasadnij.
- Długość drogi przebytej przez samochód jadący ze stałą prędkością i czas przejazdu.
 - Długość boku wielokąta foremnego i jego obwód.
 - Czas przejazdu pociągu z Gdyni do Wrocławia i jego średnia prędkość.
 - Wiek człowieka i jego wzrost.

- 2 Czy wielkości podane w tabelce są wprost proporcjonalne?

a.	<table><tr><td>a</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td>b</td><td>9</td><td>22,5</td><td>45</td></tr></table>	a	2	5	10	b	9	22,5	45
a	2	5	10						
b	9	22,5	45						

b.	<table><tr><td>c</td><td>13</td><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>d</td><td>40</td><td>21</td><td>12</td></tr></table>	c	13	7	4	d	40	21	12
c	13	7	4						
d	40	21	12						

- 3 Wielkości a i b oraz c i d są proporcjonalne. Uzupełnij tabelkę.

a.	<table><tr><td>a</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>b</td><td>240</td><td>8</td></tr></table>	a	3	5	b	240	8
a	3	5					
b	240	8					

b.	<table><tr><td>c</td><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td>d</td><td>18</td><td>36</td></tr></table>	c	5	8	d	18	36
c	5	8					
d	18	36					

- 4 Samochód jedzie ze stałą prędkością 60 km/h. Jaka drogę przejedzie ten samochód w ciągu:

- a. 2 godzin b. 5 godzin c. $\frac{1}{2}$ godziny d. 1,5 godziny



- 5 Ola zakupiła maszynę do pieczenia chleba. Najczęściej piecze chleb jasny. Oto przepis:

320 ml wody
 20 g masła
 1,5 łyżeczki soli
 1,5 łyżeczki cukru
 600 g mąki pszennej
 1 kostka drożdży
 1 jajko

- a. Przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij ją zgodnie z podanym przepisem:

objętość wody [ml]	masa mąki [kg]	masa masła [g]
		10
960		
	1,5	

- b. Jedna łyżeczka zawiera około 2 g soli. Oblicz, ile mąki zużyto do wypieku chleba zgodnie z podanym przepisem, jeżeli zużyto 0,6 kg soli.

- 6 Kasia pomaga mamie przy robieniu przetworów. Najbardziej lubi sałatkę szwedzką.

- a. Ile cukru należy przygotować do zaprawienia 8 kg ogórków?
 b. Do jakiej ilości ogórków trzeba przygotować 10 łyżek soli?
 c. Jeżeli dla pewnej ilości ogórków zalewa zawiera 3 szklanki oleju, to ile jest w tej zalewie soli?
 d. Ile należy dodać ząbków czosnku, jeżeli chcemy zaprawić 10 kg ogórków?

Składniki sałatki szwedzkiej:
 4 kg obranych ogórków gruntowych
 6 ząbków czosnku (przeciśniętego przez praskę)
 1 szklanka cukru
 1 niepełna szklanka octu 10%
 1 szklanka oleju
 4 łyżki soli



- 7 Samochód jadący z Poznania do Turynu porusza się ze średnią prędkością 90 km/h.

- a. Jaką drogę pokonał samochód po upływie 3 godzin?
 b. Ile czasu trwać będzie podróż, jeżeli do pokonania jest około 1400 km?
 c. Ile kosztować będzie podróż, jeżeli samochód spala 6 l na 100 km, a litr benzyny kosztuje 5,40 zł?

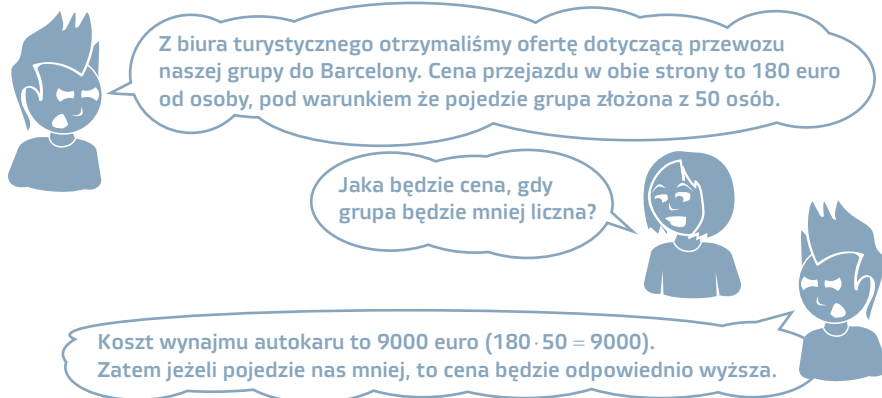
- 8 W hurtowni 1 kg jabłek kosztuje 1,80 zł.

- a. Oblicz, ile kosztuje 26 kg, a ile 1200 kg tych jabłek.
 b. Ile kilogramów jabłek można kupić za 100 zł, a ile za 10 000 zł?

- 9 Łyżeczka cukru waży 5 g. Małgosia do jednego kubka herbaty dodaje dwie łyżeczki cukru.
- Na ile kubków herbaty wystarczy Małgosi 0,5 kg cukru?
 - Ile cukru potrzebuje Małgosia do słodzenia herbaty w kwietniu, jeśli dziennie wypija trzy kubki herbaty?
- 10 35 yd (jardów) to około 32 metry.
- Zamień na jardy: 320 m, 2 km.
 - Zamień na metry: 140 yd, 490 yd.
- 11 Bartek zauważył, że jego szwajcarski zegarek spóźnia się 2 sekundy w ciągu 2 godzin. Po ilu godzinach spóźnienie będzie wynosiło 2 minuty?
- 12 Pompa odwadniająca poldery w Holandii w ciągu 5 minut pompuje do kanału 450 litrów wody. Jak długo musi ona pracować, żeby przepompować 12 600 litrów wody?
- 13 Aby otrzymać 5 kg mąki, potrzeba 7 kg pszenicy.
- Jaką ilość mąki otrzymuje się z 280 kg pszenicy?
 - Ile pszenicy potrzeba, by otrzymać 75 kg mąki?

Polder to osuszony depresyjny (położony poniżej poziomu morza) teren przy morskim lub nad rzecznym, odgradzony wałami zabezpieczającymi przed zalaniem.

5.3. Wielkości odwrotnie proporcjonalne



Policzmy. Gdy będzie jechało 40 osób, to $9000 : 40 = 225$, czyli każdy zapłaci 225 euro. A gdy pojedzie 30 osób, to $9000 : 30 = 300$, co oznacza, że każdy uczestnik wycieczki zapłaci za przewóz 300 euro. Dane umieszczam w tabelce.

Liczba uczestników	50	40	30
Cena przejazdu	180 €	225 €	300 €

Im więcej będzie uczestników, tym niższa będzie kwota, jaką zapłaci każdy z nich za przejazd.



Takie wielkości, których iloczyn jest stały, noszą nazwę **wielkości odwrotnie proporcjonalnych**. Zatem liczba uczestników i kwota za przejazd są wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

Wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi nazywamy dwie wielkości zmieniające się w taki sposób, że wzrost jednej powoduje zmniejszenie się drugiej tyle samo razy lub zmniejszanie się jednej powoduje wzrost drugiej tyle samo razy. Iloczyn wielkości odwrotnie proporcjonalnych jest stały.

Pamiętasz, jak wczoraj drukowaliśmy gazetkę szkolną? Zajęło nam to 30 minut. Gdybyśmy mieli do dyspozycji jeszcze jedną taką samą drukarkę, drukowanie zajęłoby nam 15 minut.



Czy gdyby były trzy takie same drukarki, to pracowałyby tylko 10 minut?

Tak, ponieważ gdy jedna z wielkości rośnie (liczba drukarek), druga (czas drukowania) maleje tyle samo razy.

Przykład 5.3. Wiedząc, że wielkości x oraz y są odwrotnie proporcjonalne, uzupełnij tabelkę.

x	4	12		2,4
y	15		6	

Wielkości x oraz y są odwrotnie proporcjonalne, zatem ich iloczyny są stałe.

$$\begin{array}{lll}
 4 \cdot 15 = 60 & 4 \cdot 15 = 60 & 4 \cdot 15 = 60 \\
 12 \cdot y = 60 & x \cdot 6 = 60 & 2,4 \cdot y = 60 \\
 y = 60 : 12 & x = 60 : 6 & y = 60 : 2,4 \\
 y = 5 & x = 10 & y = 25
 \end{array}$$

x	4	12	10	2,4
y	15	5	6	25

Przykład 5.4. W schronisku dla zwierząt zapas karmy wystarczy na 18 dni dla 15 kotów. Na ile dni wystarczyłoby karmy, gdyby w schronisku było 27 kotów, a codzienne porcje pozostałyby bez zmian?

Zapiszmy informacje w tabelce:

Liczba kotów	15	27
Liczba dni	18	?

Im więcej będzie kotów, tym szybciej skończy się karma, co oznacza, że wielkości te są odwrotnie proporcjonalne i ich iloczyn jest stały.

$$18 \cdot 15 = 270 \text{ — liczba porcji dla 15 kotów na 18 dni}$$

$$270 : 27 = 10 \text{ — liczba dni, na które starczy 270 porcji dla 27 kotów}$$

Przykład 5.5. Ciężarówka jadąca ze średnią prędkością 60 km/h przebywa pewną drogę w czasie 5,5 godziny. W jakim czasie przejedzie tę samą drogę samochód osobowy jadący ze średnią prędkością 75 km/h?

Oba pojazdy pokonują tę samą drogę. Droga jest iloczynem prędkości i czasu. Prędkość i czas są wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

Niech x oznacza czas potrzebny do przejechania tej drogi przez samochód osobowy.

$$60 \cdot 5,5 = 75 \cdot x$$

$$x = 4,4$$

Samochód osobowy pokona tę drogę w czasie 4,4 godziny, czyli 4 godzin i 24 minut.

Zadania utrwalające

1 Czy podane wielkości są odwrotnie proporcjonalne? Odpowiedź uzasadnij.

- Czas przejazdu samochodu i jego prędkość.
- Długość boku wielokąta foremnego i jego pole.
- Liczba robotników i czas wykopania 1 km rowu.

2 Czy wielkości podane w tabelce są odwrotnie proporcjonalne?

a.

a	3	6	7
b	5	2,5	2

b.

c	4	18	4,5
d	9	2	8

3 Wielkości a i b oraz c i d są odwrotnie proporcjonalne. Uzupełnij tabelkę.

a.

a	12	80
b	20	5

b.

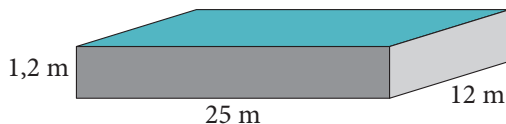
c	6	8
d	96	60

4 Pole prostokąta, którego jeden z boków ma długość 9 cm, jest równe polu prostokąta o wymiarach $13,5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$.

- Oblicz długość drugiego boku prostokąta.
- Zaproponuj trzy inne prostokąty o tym samym polu, których długości boków wyrażają się liczbami całkowitymi.



- 5 Sok rozlano do osiemnastu butelek, każdej o pojemności 0,5 litra. Do ilu butelek o pojemności 0,75 litra można przelać ten sok?
- 6 Na klasową zabawę walentynkową przygotowano po 2 ciastka dla każdego z dwudziestu siedmiu uczniów. W zabawie uczestniczyło tylko 18 uczniów. Po ile ciastek otrzymał każdy z nich?
- 7 Romek miał pomalować płot razem z trzema kolegami. Planowali wykonać tę pracę w ciągu 1,5 godziny. Jeden z kolegów nie przyszedł. O ile dłużej chłopcy malowali płot?
- 8 Basen w kształcie prostopadłościanu o wymiarach podanych na rysunku napełniany jest wodą płynącą z kranu z prędkością 125 litrów na minutę. Ile czasu potrzeba, aby napełnić basen wodą płynącą z hydrantu z prędkością 4 razy większą niż prędkość wody z kranu?



- 9 Dziesięciu robotników układa kostkę brukową na rynku w Wektorowie. Praca ta zajmie im 12 dni. W ciągu ilu dni wykonałoby tę samą pracę 15 robotników?
- 10 W czasie wakacji siedmiu malarzy pomalowało elewację szkoły w ciągu 15 dni roboczych. Ile czasu wykonywaliby tę samą pracę, gdyby było ich o czterech mniej?
- 11 Czterech monterów zarobiło po 1800 zł, wymieniając instalację gazową. Ile zarobiłby każdy monter, jeżeli tę samą pracę wykonałaby dziewięcioosobowa ekipa?

Zadania do rozwiązywania w grupie

- 1 Pewną pracę wykonało 12 robotników w czasie x dni. Ilu robotników należałoby jeszcze zatrudnić, aby praca została wykonana o 6 dni wcześniej? Czy zadanie ma tylko jedno rozwiązanie? Zaprezentujcie swoje pomysły.
- 2 Agata i Paweł są rodzeństwem. Agata sprząta mieszkanie w czasie 4 godzin, a Paweł sprząta to samo mieszkanie w czasie 5 godzin.
- Jak długo będą sprzątać to mieszkanie wspólnie?
 - W jakim czasie musiałby sprzątać Paweł, aby wspólne sprzątanie zajęło jemu i siostrze mniej niż półtorej godziny?
- Przedstawcie strategię rozwiązania obu problemów.
- 3 12 szkutników, pracując dziennie po 6 godzin, zbudowało łódź w ciągu 20 dni. Zapłata za wykonaną pracę wynosi 9600 zł.

- W ciągu ilu dni tę łódź zbudowałyby 18 szkutników pracujących po 8 godzin dziennie? Ile zarobiłyby każdy z nich?
- Ile godzin dziennie musiałyby pracować 4 szkutników, aby zbudować łódź w ciągu 36 dni?
- Ilu szkutników wykona tę łódź w ciągu 24 dni, pracując po 10 godzin dziennie?
- Ile łodzi wykonałyby 9 szkutników, pracując przez 60 dni po 8 godzin dziennie? Ile zarobiłyby każdy z nich?

5.4. Krok do egzaminu

Zadania powtórzeniowe



- 1 Sprawdź, czy wielkości przedstawione w tabeli są wprost proporcjonalne.

a	4	3,5	10
b	8,4	7,35	21

a.

c	3	7	11
g	12	16	44

b.



- 2 Sprawdź, czy wielkości przedstawione w tabeli są odwrotnie proporcjonalne.

d	6	9	12
w	72	72	72

a.

t	6	1,5	2,4
u	54	216	135

b.

- 3 Podaj brakujący wyraz proporcji.

a. $\frac{x}{6} = \frac{2}{9}$

b. $\frac{15}{x} = \frac{60}{104}$

c. $\frac{x}{1,4} = \frac{1,4}{7}$

d. $\frac{9}{10} = \frac{x}{7}$

e. $3\frac{9}{10} : x = 1,56 : 10$

f. $x : 5\frac{4}{7} = 5 : 2\frac{8}{35}$

- 4 W racji żywnościowej mężczyzny o wartości energetycznej 3200 kcal energia wynikająca ze spożycia tłuszczów powinna stanowić 0,3 racji. Oblicz, ile gramów tłuszczu powinien zjeść ten mężczyzna, jeśli 1 gram tłuszczu ma 9 kilokalorii? Wynik podaj z dokładnością do 1 g.

- 5 Odległość między Brukselą a Wenecją na mapie sporządzonej w skali 1:13 000 000 wynosi 10 cm. Jaka jest odległość rzeczywista między tymi miastami?

- 6 Jeżeli sekretarka przepisuje 12 stron tekstu w ciągu 72 minut, to ile czasu zajmie jej przepisanie 21 stron?

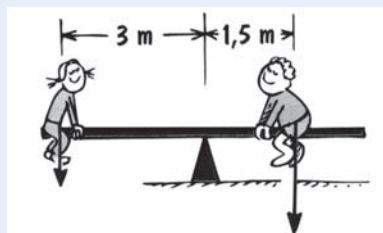
- 7 Leśnik, zakładając szkółkę, posadził 30-centymetrowe sosnki. Po upływie czterech lat osiągnęły one wysokość 120 cm. Jaka wysokość będą miały te sosny po 9 latach, jeżeli założymy, że roczny wzrost jest wielkością stałą?



- 8 Pięć dziewczynek przez 2 godziny wycinało kolorowe cyferki do dekoracji sali gimnastycznej na święto matematyki. Ile czasu cyferki te wycinałoby osiem dziewczynek?
- 9 Mama robi powidła śliwkowe. Jeżeli powidła włoży do słoików o pojemności 0,8 litra, to będzie ich 24. Ile potrzebowałaby słoików o pojemności 0,3 litra, aby zmieścić w nich przygotowane powidła?
- 10 Pięć drukarek laserowych drukowało ulotki reklamowe w czasie 1,5 godziny. Ile czasu drukowałoby te ulotki dwanaście takich samych drukarek?
- 11 Dwudziestu ośmiu robotników, pracując dziennie po 8 godzin, zbudowało dom w ciągu 225 dni.
- W ciągu ilu dni ten sam dom zbudowałyby 35 robotników pracujących po 7,5 godziny dziennie?
 - Ile godzin dziennie musiałoby pracować 24 robotników, aby zbudować dom w ciągu 250 dni?
 - Ilu robotników zbuduje ten dom w ciągu 32 dni, pracując po 7 godzin dziennie?

Zadania z egzaminów

- 1 Ewa i Karol siedzą na huśtawce, która znajduje się w równowadze. Odległości dzieci od miejsca podparcia huśtawki podano na rysunku. Jeśli Ewa ma masę 25 kg, to masa Karola wynosi¹:



- A. 45 kg B. 50 kg
C. 60 kg D. 65 kg

- 2 Tabela przedstawia ceny kart wstępu na pływalnię. Czas pływania uwzględnia liczbę wejść oraz czas jednego pobytu na basenie.

Numer karty	I	II	III	IV
Czas pływania	10 × 1 godz.	8 × 1,5 godz.	20 × 1 godz.	15 × 1 godz.
Cena karty	50 zł	50 zł	80 zł	70 zł

Godzina pływania jest najtańsza przy zakupie karty²:

- A. I B. II C. III D. IV

- 3 Most zbudowany jest z przęsła o długości 10 m każde. Przęsła pod wpływem wzrostu temperatury wydłuża się. Przyrost tego wydłużenia jest wprost proporcjonalny do przyrostu temperatury. Wartości przyrostu długości przęsła dla wybranych wartości przyrostu temperatury przedstawia poniższa tabela. Wpisz do tabeli brakującą wartość przyrostu długości przęsła³.

przyrost temperatury Δt (°C)	0	10	30	45
przyrost długości przęsła Δl (mm)	0	1		4,5

1 Egzamin, 2004.
2 Egzamin, 2004.
3 Egzamin, 2005

4 Aby przygotować suchą zaprawę do tynkowania ścian, należy zmieszać piasek, wapno i cement odpowiednio w stosunku 15:4:1. W którym wierszu tabeli podane są właściwe ilości składników potrzebnych do otrzymania 140 kg takiej zaprawy?⁴

- A. I B. II
C. III D. IV

	Piasek (kg)	Wapno (kg)	Cement (kg)
I	101	32	8
II	109	24	7
III	105	28	7
IV	105	56	14

Informacje do zadań 5., 6. i 7.⁵

W tabeli przedstawiono średnie zużycie energii przez organizm zawodnika podczas uprawiania wybranych dyscyplin sportowych. Przyjmij, że zużycie energii jest wprost proporcjonalne do czasu treningu.

Dyscyplina sportowa	Czas treningu w minutach	Średnie zużycie energii w kilokaloriach (kcal)
Siatkówka	120	700
Pływanie	60	600
Aerobik	30	250
Piłka nożna	90	1050
Kolarstwo	45	450

5 Ile energii zużywa organizm zawodnika podczas trwającego 1,5 godziny treningu siatkówki?

- A. 525 kcal B. 600 kcal C. 700 kcal D. 1050 kcal

6 Organizm zawodnika podczas trwającego 60 minut treningu zużył 500 kcal. Którą dyscyplinę sportową trenował zawodnik?

- A. piłkę nożną B. pływanie C. kolarstwo D. aerobik

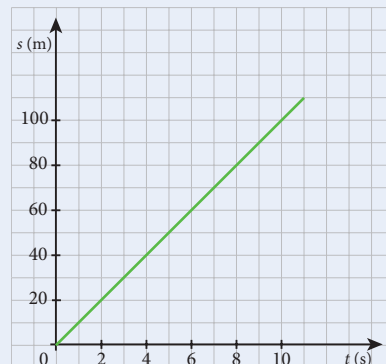
7 Podczas treningu piłki nożnej organizm zawodnika zużył 1400 kcal. Ile godzin trwał ten trening?

- A. 1,5 B. 2 C. 2,5 D. 3

8 Wykres przedstawia zależność przebytej przez zawodnika drogi od czasu biegu.

Jaką drogę przebywał zawodnik w ciągu każdej sekundy?⁶

- A. 10 m B. 20 m
C. 40 m D. 100 m



4 Egzamin, 2006.
5 Egzamin, 2009
6 Egzamin, 2009

9 Przyjaciele kupili tabliczkę czekolady o masie 20 dag i postanowili podzielić ją między siebie, łamiąc ją na równe kawałki. Wykres przedstawia zależność między masą czekolady (y) przypadającą na każdą z osób a liczbą osób (x) dzielących tabliczkę czekolady. Jaką masę miałby jeden kawałek czekolady, gdyby tabliczkę podzielono między 8 osób?⁷

- A. 20 dag B. 4 dag
C. 2,5 dag D. 2 dag

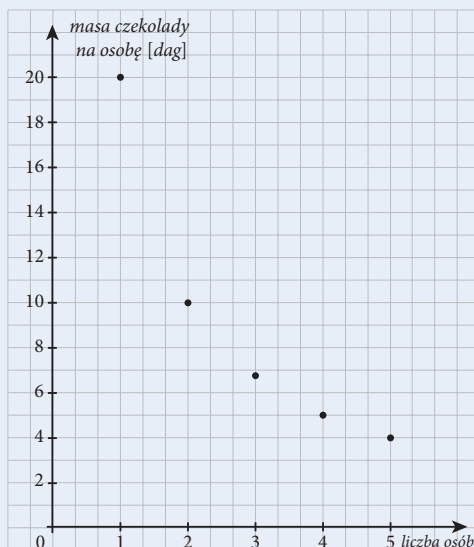
10 Jedna duża sosna produkuje w ciągu doby $14,4 \text{ m}^3$ tlenu. Człowiek zużywa $0,2 \text{ m}^3$ tlenu na godzinę. Na ile godzin wystarczy człowiekowi tlenu wytworzonego przez sosnę w ciągu doby?⁸

- A. 2,88 B. 7,20 C. 28,80 D. 72

11 Rodzina Adama podróżowała samochodem 8 godzin i pokonała w tym czasie 520 km drogi.

- a. Jaka jest wartość prędkości tego samochodu wyrażona w kilometrach na godzinę?
b. Uzupełnij tabelę dotyczącą podróży rodziny Adama, przyjmując, że samochód poruszał się ruchem jednostajnym⁹.

Czas [h]	3	7
Droga [km]	162,5	325



TEST

1 Z proporcji $\frac{9}{18} = \frac{27-x}{x}$ wynika równość:

- A. $9 \cdot 18 = x \cdot (27-x)$ B. $9 \cdot (27-x) = 18 \cdot x$
C. $9 \cdot x = 18 \cdot (27-x)$ D. $9 \cdot x = x \cdot (27-x)$

2 Nieznany wyraz proporcji $\frac{4}{3,5} = \frac{0,8}{x}$ jest równy:

- A. 0,07 B. 0,7 C. 0,9 D. 17,5

3 Wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi są:

- A. długość boku kwadratu i jego obwód; B. prędkość jazdy i czas przejazdu;
C. ilość zakupionego towaru i koszt zakupu; D. długości boków trójkąta i suma miar jego kątów wewnętrznych.

7 Egzamin, 2009.

8 Egzamin próbny, Gdańsk 2002.

9 Informator.

- 4 Jeżeli za 7 soków pomarańczowych zapłacono 26,60 zł, to 12 takich soków kosztuje:
 A. 45,60 zł B. 84 zł C. 15,50 zł D. 31,92 zł
- 5 Jeżeli pomiędzy sześcioro dzieci rozdzielimy cukierki, to każde z nich otrzyma po osiem cukierków. Jeżeli tę samą liczbę cukierków podzielimy pomiędzy czworo dzieci, to każde otrzyma:
 A. 4 cukierki B. 6 cukierków C. 8 cukierków D. 12 cukierków
- 6 Samochód jadący na trasie wyścigu Paryż – Dakar porusza się ze średnią prędkością 132 km/h. Na pokonanie 55 km rajdowiec potrzebuje:
 A. 25 minut B. 35 minut C. 0,25 h D. 1 h
- 7 Dwie kosiarki koszą trawę na skwerze w czasie 6 godzin. Ile kosiarek potrzeba, aby trawę na tym skwerze skosić w czasie 4 godzin?
 A. 12 kosiarek B. 4 kosiarki C. 6 kosiarek D. 3 kosiarki
- 8 Pociąg TGV jadący na trasie Paryż – Monachium porusza się z prędkością 135 km/h. Podróż trwa 6 godzin. Aby czas podróży został skrócony do 4 godzin, pociąg powinien poruszać się z prędkością:
 A. 90 km/h B. 202,5 km/h C. 25 m/s D. 200 km/h
- 9 Rozcieńczamy sok malinowy, mieszając go z wodą w stosunku 1:4. Aby otrzymać 2 litry napoju, musimy zużyć:
 A. 0,5 litra soku B. 2 litry wody C. 0,4 litra soku D. 1,5 litra wody
- 10 Paulina i Adam dostali od dziadków 240 zł. W jakim stosunku podzielili między siebie te pieniądze, jeżeli jedno z nich otrzymało 90 zł?
 A. 3:5 B. 4:8 C. 1:2 D. 2:3
- 11 W 200 g roztworu jest 20 g soli. Ile wody potrzeba do przygotowania 5 kg takiej samej solanki?
- 12 Klasa IIG chciała jechać na trzydniowy biwak i z zebranych pieniędzy przeznaczyła 1080 zł na wyżywienie. O ile zmalałaby dzienna stawka żywieniowa dla grupy, gdyby pobyt wydłużono do pięciu dni?
- 13 Skuter wodny w ciągu 80 minut jazdy zużywa 3,2 litra benzyny. Ile benzyny zużyje w ciągu 2,5 godziny jazdy?



A

algebra, 184
ar, 99
arabski system zapisywania liczb, 33

B

Brahmagupta, 35
Bürgi, Jost, 46

C

cechy podzielności, 27
cechy przystawiania trójkątów, 82
cyfry
 babilońskie, 32
 dziesiątek, 20
 jedności, 20
 rzymskie, 33
 setek, 20
czworokąty, 87
 podział, 87
 pole, 104
 przekątne, 88
 suma miar kątów wewnętrznych, 87
 wklęsłe, 87
 właściwości, 89
 wypukłe, 87
czynnik, 22

D

deltoid, 89
 pole, 104
depresja, 40
Descartes, René, 122
długość, jednostki, 93
dodawanie, 22
 liczb całkowitych, 36
 pisemne, 29
 ułamków dziesiętnych, 47
 ułamków zwykłych, 43
działania
 dodawanie, 22, 29, 36
 dzielenie, 22, 30, 37
 kolejność obliczeń, 23, 24
 liczby całkowite, 36
 liczby naturalne, 22
 mnożenie, 22, 30, 37
 odejmowanie, 22, 30, 36
 pisemne, 29
 ułamki dziesiętne, 47, 48
 ułamki zwykłe, 43, 44

dzielenie, 22
 liczb całkowitych, 37
 pisemne, 30
 potęg o tej samej podstawie, 172, 173, 265
 potęg o tym samym wykładniku, 176, 265
 ułamków dziesiętnych, 48
 ułamków zwykłych, 44
dzielna, 22
dzielnik, 22
dziesiętkowy system pozycyjny, 20

E

Eratostenes, 26
Euklides, 67
Euler, Leonhard, 233, 234

G

gęstość dróg, 16
graniastosłupy, 230, 231
 objętość, 239, 240, 264
 pochyłe, 232
 pole powierzchni, 236, 237, 264
 prawidłowe, 232
 proste, 231, 232, 233
 wysokość, 232

H

hektar, 99

I

iloczyn, 22
iloraz, 22
informacje, wyszukiwanie, 10

J

jednomiany, 187, 188
 podobne, 189

K

Kartezjusz, 122
kąty, 73
 naprzemianległe, 74, 75
 odpowiadające, 74, 75
 ostre, 73
 pełne, 73
 półpełne, 73
 proste, 73
 przyległe, 74
 przystające, 81
 rozwarte, 73

wierzchołkowe, 74
wklęsłe, 73
zerowe, 73

konstrukcja

prosta prostopadła, 70
prosta równoległa, 68, 69
trójkąt o bokach a , b i kącie α , 83
trójkąt o bokach długości a , b , c , 82
trójkąt o boku a i kątach α i β , 84

kreska ułamkowa, 42

kwadrat, 89

jednostkowy, 99
obwód, 95
pole, 104, 264

L

liczby

obliczanie na podstawie procentu, 155
odwrotne względem siebie, 44
pierwsze, 25
podzielność, 25
potęgowanie, 168
ujemne, 35
wielokrotności, 26
własności działań, 264
zaokrąglanie, 52, 53
złożone, 25

liczby całkowite, 35, 36

działania, 36

liczby naturalne, 20

działania, 22

licznik, 42

Ł

łączność, 22, 264

M

Magini, Giovanni Antonio, 46

mianownik, 42

mila angielska, 94

mila morska, 94

mnożenie, 22

liczb całkowitych, 37

pisemne, 30

potęg o tej samej podstawie, 172, 173, 265

potęg o tym samym wykładniku, 176, 265

ułamków dziesiętnych, 47

ułamków zwykłych, 43

N

najmniejsza wspólna wielokrotność, 28

największy wspólny dzielnik, 28

NWD, *Patrz* największy wspólny dzielnik

NWW, *Patrz* najmniejsza wspólna wielokrotność

O

objętość

graniastosłup, 239, 240, 264
prostopadłościan, 240
sześcián, 240

obwód

kwadrat, 95
ośmiokąt, 95
pięciokąt, 95
prostokąt, 95
trójkąt, 95

odcinek, 66

długość, 66
przystający, 81

odejmowanie, 22

liczb całkowitych, 36
pisemne, 30
ułamków dziesiętnych, 47
ułamków zwykłych, 43

odjemna, 22

odjemnik, 22

odwrotnie proporcjonalne wielkości, 139, 140

ośmiokąt, 92

obwód, 95

P

pięciokąt, 91, 92

obwód, 95

pole, 104

podstawa potęgi, 169

podzielność liczb, 25

polder, 139

pole

czworokąt, 104
deltoid, 104
jednostki, 99
kwadrat, 104, 264
pięciokąt, 104
prostokąt, 264
romb, 104, 264
równoległobok, 104, 264
trapez, 104, 264
trójkąt, 102, 264
wielokąt, 99, 110

potęgi, 168, 169

dzielenie, 172, 173, 176, 265

iloczyn, 177

iloraz, 177

mnożenie, 172, 173, 176, 265

potęgowanie, 173, 265

półprosta, 66

prawa rozdzielności, 23, 264
prawo przemienności, 22, 264
procenty, 150
promil, 158, 159
proporcje, 134
proste, 66
 prostokątne, 68
 równoległe, 68
prostokąt, 89
 obwód, 95
 pole, 264
prostokątny układ współrzędnych, 121
prostopadłości, 231
 objętość, 240
przekątna, 88
przemienność, 22, 264
punkty, 66
 współliniowe, 66
 współrzędne, 120

R

redukcja wyrazów podobnych, 190
romb, 89
 pole, 104, 264
rozdzielność, 23, 264
rozszerzanie ułamków, 43
rozwiązanie równania, 209
równania, 206, 209
 rozwiązanie, 209, 210, 214
 równoważne, 210
równoległobok, 89
 pole, 104, 264
różnica, 22
rzymski system zapisywania liczb, 32, 33, 34

S

siedmiokąt, 91
sito Eratostenesa, 26
skala, 97
składnik, 22
skracanie ułamków, 43
Snell, Willebrord, 46
suma, 22
suma algebraiczna, 190
 dzielenie przez jednomian, 195, 196
 mnożenie, 198
 mnożenie przez jednomian, 192
 porządkowanie, 189
system dziesiętny, 20
systemy zapisywania liczb
 arabski, 33
 rzymski, 32, 33, 34
sześciąt, 231
 jednostkowy, 240
 objętość, 240

Ś

średnia arytmetyczna, 12, 264

T

trapez, 88, 89
 pole, 104, 264
 prostokątny, 88
 równoramienny, 88
trapezoid, 88
trójkąty, 76, 77
 cechy przystawiania, 82
 kąty wewnętrzne, 77, 78
 kąty zewnętrzne, 77
 obwód, 95
 ostrokątne, 78
 pole, 102, 264
 prostokątne, 78
 przystające, 81, 82
 rozwartokątne, 78
 równoboczne, 78, 81
 równoramienne, 78
 różnoboczne, 78
 wysokość, 79, 102

U

układ współrzędnych, 121
 figury, 126
 osie, 122
ułamki dziesiętne, 46
 dodawanie, 47
 dzielenie, 48
 mnożenie, 47
 odejmowanie, 47
 okresowe, 52
 porównywanie, 48
 zapis w postaci ułamka zwykłego, 47
ułamki zwykłe, 42
 dodawanie, 43
 dzielenie, 44
 mnożenie, 43
 niewłaściwe, 43
 odejmowanie, 43
 porównywanie, 43
 prawdziwe, *Patrz* ułamki zwykłe proste
 proste, 42
 rozszerzanie, 43
 skracanie, 43
 właściwe, 43
 zamiana na ułamki dziesiętne, 51
 zapis w postaci dziesiętnej, 46

W

- wartość bezwzględna, 37
- wielkości odwrotnie proporcjonalne, 139, 140
- wielkości wprost proporcjonalne, 136, 137
- wielokąty, 91
 - foremne, 91, 92
 - obwód, 95
 - pole, 99, 110
 - powiększanie, 97
 - przystające, 82
 - zmniejszanie, 97
- wielokrotność, 26
- wielościany, 231
- wprost proporcjonalne wielkości, 136, 137
- współczynnik liczbowy, 188
- współrzędne punktu, 120
- wykładnik potęgi, 169
- wyrażenia algebraiczne, 184
 - obliczanie, 185
- wyrażenia arytmetyczne, 184
- wzory, przekształcanie, 220

Z

- zaokrąglanie liczb, 52, 53

PROGRAM PARTNERSKI

GRUPY WYDAWNICZEJ HELION



- 1. ZAREJESTRUJ SIĘ**
- 2. PREZENTUJ KSIĄZKI**
- 3. ZBIERAJ PROWIZJĘ**

Zmień swoją stronę WWW
w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA WYDAWNICZA

 **Helion SA**

Dobre wyniki z matematyki

Zwykło się mówić, że „matematyk zrobi to lepiej”. Niezbędny jest mu jednak do tego podręcznik Matematyka Europejczyka. Pozwoli on zarówno uczniom, jak i nauczycielom, bezboleśnie przebrnąć przez geometrycznie zawity labirynt funkcji, wykresów i wyrażeń algebraicznych. Składa się z dziesięciu rozdziałów zawierających zadania utrwalające, testowe oraz przygotowujące do egzaminu gimnazjalnego. Wszystkie rozdziały zostały dodatkowo uzupełnione o zadania egzaminacyjne z lat ubiegłych, czyli miłowy Krok do egzaminu. Podręcznik zawiera także przydatny skorowidz, tabelę ze wzorami oraz odpowiedzi do większości zadań, które pomagają w samodzielnej nauce.

Kompletny zestaw Matematyka Europejczyka. Klasa 1 stanowi **podręcznik + dwa zeszyty ćwiczeń + zbiór zadań.**



Został on dodatkowo wzbogacony o **płytę multimedialną** pełną ciekawych zadań interaktywnych, animacji, łamigłówek, ciekawostek oraz wiedzy teoretycznej przedstawionej w formie wykładów.

Zestaw podręczników, zbiorów zadań i zeszytów ćwiczeń z serii **Matematyka Europejczyka** wydawnictwa Helion pozwala uczniom zdobywać wiedzę poprzez zabawę, a nauczycielom ułatwia przekazywanie nowego materiału w interesujący i niebanalny sposób.



Matematyka Europejczyka – TO SIĘ LICZY!

<http://edukacja.helion.pl>

Nr katalogowy: 7524



Księgarnia internetowa
<http://helion.pl>



Zamówienia telefoniczne:
0 801 339900



0 601 339900

Helion
EDUKACJA

Sprawdź najnowsze promocje:
● <http://helion.pl/promocje>
Książki najchętniej czytane:
● <http://helion.pl/bestsellery>
Zamów informacje o nowościach:
● <http://helion.pl/nowosci>

Helion SA
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
<http://helion.pl>

helion.pl
księgarnia
internetowa

ISBN 978-83-246-3979-3



9 788324 639793

Informatyka w najlepszym wydaniu